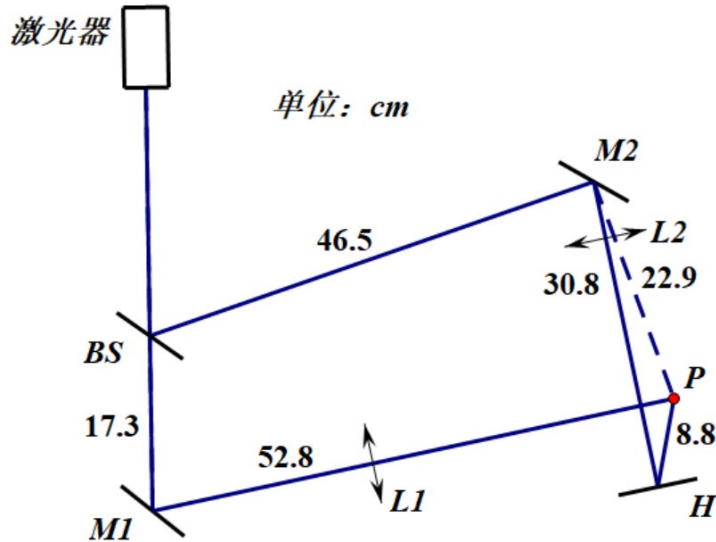


全息照相

一、实验光路

实现时的长度参数如图所示，物光参考光夹角 ($\angle M_2HP$) 为 22.3° ，两束光的光程差为 1.6cm (物光的光程比参考光大 1.6cm)；

再现光路与照相光路大致相同，只是在需要共轭光照射时在 L_2 和 H 之间加一个长焦透镜即可；



实验装置图

二、现象记录和分析

(一) 理论分析

设参考光的波前可以写为 $\tilde{A} = A_R e^{i\varphi_R(x,y)}$ ，对于发散球面波，相因子为 $\varphi_R(x,y) = k \frac{x^2+y^2}{2r}$ ，其中 k 为光波波矢， r 为参考光曲率半径。设物光为 $\tilde{O}(x,y)$ ，则全息照相时底片上的光波可以表示为

$$\tilde{U}(x,y) = \tilde{R} + \tilde{O} \tag{1}$$

$$I(x,y) = \tilde{U}(x,y) \cdot \tilde{U}^*(x,y) = A_0^2 + A_R^2 + \tilde{R}^* \cdot \tilde{O} + \tilde{R} \cdot \tilde{O}^* \tag{2}$$

经过线性冲洗之后，底片的透过率为

$$\tilde{t}(x,y) = t_0 + \beta I(x,y) = t_0 + \beta A_0^2 + \beta A_R^2 + \beta \tilde{R}^* \cdot \tilde{O} + \beta \tilde{R} \cdot \tilde{O}^* \tag{3}$$

再现时使用 R' 光照射底片，光场为

$$\tilde{U}'(x,y) = \tilde{t}(x,y) \cdot \tilde{R}' = (t_0 + \beta A_0^2 + \beta A_R^2) \tilde{R}' + \beta \tilde{R}' \cdot \tilde{R}^* \cdot \tilde{O} + \beta \tilde{R}' \cdot \tilde{R} \cdot \tilde{O}^* \tag{4}$$

等式右边的三项分别表示 $0, 1, -1$ 级的衍射像， 0 级仅仅为改变振幅的 R' 光，我们并不感兴趣，而 ± 1 级衍射像则会根据 R 光和 R' 光的不同呈现不同的像。

实际实验中使用的参考光为发散球面波，而再现光则分别采用 (1) 发散球面波 (2) 会聚球面波 (3) 未扩束的激光直射，下面分别讨论这三种情况：

(1) R' 光为发散球面波：

$$\tilde{R}' = A_{R'} e^{i\varphi_{R'}} = A_{R'} e^{ik \frac{x^2+y^2}{2r'}} \tag{5}$$

取物体上的一点 (x_0, y_0) :

$$\tilde{O} = A_0 e^{ik \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2u}} = A_0 e^{ik \frac{x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y}{2u}} \quad (6)$$

第二个等号略去了常数相因子, 因为常数相因子对光强分布没有任何影响.

正一级衍射光波为:

$$\widetilde{U}_{+1} = \beta A_R^2 \tilde{O} \cdot e^{i(-\varphi_R + \varphi_{R'})} = \beta A_R^2 A_0 e^{ik \frac{x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y}{2u}} e^{-ik \frac{x^2 + y^2}{2r}} e^{ik \frac{x^2 + y^2}{2r'}} \quad (7)$$

分析该光波的相因子:

$$\varphi_{U_{+1}} = k \left[\left(-\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'} + \frac{1}{2u} \right) (x^2 + y^2) - \frac{1}{u} (x_0x + y_0y) \right] \quad (8)$$

记 $\left(-\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'} + \frac{1}{2u} \right) = \frac{1}{2v}$, 则有

$$\varphi_{U_{+1}} = \frac{k}{2v} \left[(x^2 + y^2) - \frac{2v}{u} (x_0x + y_0y) \right] = \frac{k}{2v} \left[\left(x - \frac{v}{u} x_0 \right)^2 + \left(y - \frac{v}{u} y_0 \right)^2 \right] \quad (9)$$

第二个等号添加了常数相因子以配方. 如果 $v > 0$, 则成正立虚像; 如果 $v < 0$, 则成倒立实像.

特别地, 当再现光与参考光相同时, 正一级衍射光波为 $\widetilde{U}_{+1} = \beta A_R^2 \tilde{O}$, 也就是仅改变了振幅的原物光, 可以看到正立等大虚像;

负一级衍射光波为:

$$\widetilde{U}_{-1} = \beta A_R^2 \tilde{O}^* \cdot e^{i(\varphi_R + \varphi_{R'})} = \beta A_R^2 A_0 e^{-ik \frac{x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y}{2u}} e^{ik \frac{x^2 + y^2}{2r}} e^{ik \frac{x^2 + y^2}{2r'}} \quad (10)$$

分析该光波的相因子:

$$\varphi_{U_{-1}} = k \left[\left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'} - \frac{1}{2u} \right) (x^2 + y^2) + \frac{1}{u} (x_0x + y_0y) \right] \quad (11)$$

记 $\left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'} - \frac{1}{2u} \right) = \frac{1}{2v}$, 则有

$$\varphi_{U_{-1}} = \frac{k}{2v} \left[(x^2 + y^2) + \frac{2v}{u} (x_0x + y_0y) \right] = \frac{k}{2v} \left[\left(x + \frac{v}{u} x_0 \right)^2 + \left(y + \frac{v}{u} y_0 \right)^2 \right] \quad (12)$$

第二个等号添加了常数相因子以配方. 如果 $v > 0$, 则成倒立虚像; 如果 $v < 0$, 则成正立实像.

(2) R' 光为会聚球面波:

$$\widetilde{R}' = A_{R'} e^{i\varphi_{R'}} = A_{R'} e^{-ik \frac{x^2 + y^2}{2r'}} \quad (13)$$

经过与(1)中类似的分析可以得到 ± 1 级衍射波的相因子:

$$\varphi_{+1} = k \left[\left(-\frac{1}{2r} - \frac{1}{2r'} + \frac{1}{2u} \right) (x^2 + y^2) - \frac{1}{u} (x_0x + y_0y) \right] \quad (14)$$

$$\varphi_{-1} = k \left[\left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{2r'} - \frac{1}{2u} \right) (x^2 + y^2) + \frac{1}{u} (x_0x + y_0y) \right] \quad (15)$$

特别地, 如果该汇聚光是原参考光的共轭光, 则 $\varphi_{-1} = -\varphi_0$, 即会产生-1级衍射方向出现一个无畸变实像.

(3) 未扩束激光入射:

由于全息片的每一个点上记录了物体的全部信息, 所以即使激光束的横截面积很小, 也能够产生完整的像, 可以将激光近似视为平行光, 这样激光照射得到的结果即(1)

中的结果在 r' 趋于 ∞ 时的极限.

(二) 现象分析

1、原位观察虚像

(1) 像位于原本物的位置，和原物等大，正立；

(2) 从底片的不同位置观察，像呈现立体感，随视角变化可以看到像的不同角度，就如同原物一样；

(3) 旋转底片改变入射角，像也会随之旋转，但旋转的方向与底片相反，且转动的角度没有底片大；

(4) 改变底片与透镜的距离时，底片距离透镜越近，像越小；反之，底片距离透镜越远，像越大；这个现象产生的原因可以从理论层面加以解释：该像对应的光波的相因子为 (9) 式所示，当底片距离透镜越近时，对应着再现光的球面半径 r' 越小， $\frac{1}{r'}$ 越

大，所以 $\frac{1}{v}$ 越大，所以 v 越小，而像上的点与原物上的点的对应关系为： $(x = \frac{v}{u}x_0, y =$

$\frac{v}{u}y_0)$ ，也就是像会变小，反之同理；

2、-1级衍射像存在，其位置的方位角和+1级衍射像关于底片法线对称（因为照相时参考光垂直于底片），用眼睛观察像是正立的，根据理论分析计算如 (12) 式所示，-1级的像如果是正立的就一定是实像，但实验时并没有在光屏上承接到该实像，原因可能是该实像距离底片太远，当把底片移到远处时光强太弱，难以观察到；

3、将底片翻转180°，用会聚的共轭光照射，得到的实像正立放大，相对于底片的角方位与原物相同，距离底片比原物远一些；产生这种现象的原因是通过长焦透镜得到的简单汇聚光并不是与原参考光严格共轭的，如果严格共轭，应该得到与原物等大的无畸变实像；

4、激光直接照射时可以观察到一实一虚两个正立的像，这两个像都略大于原物，这是因为激光照射相当于球面波的球面半径趋于无穷大时的极限。这样得到的两个像和共轭光相比，实像更大，虚像更小，因为共轭光照射时， r' 增大时实像会变大，虚像会变小，而激光直射是 r' 趋于无穷大的极限。