

基于虚拟仪器技术的电路综合实验

第一部分：虚拟仪器在物理实验中的应用

一、电阻的伏安特性曲线和电阻测量

1. $R_x \approx 50\Omega$

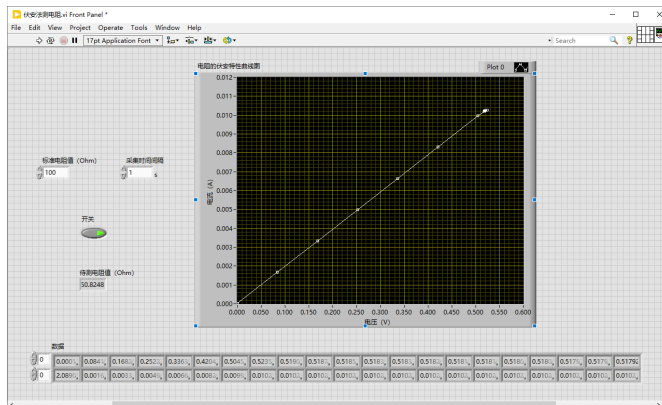


图 1: $R_x \approx 50\Omega$ 电阻的伏安特性曲线

测量三次，得到的结果分别为：

测量次数	1	2	3
R_x/Ω	50.8248	50.8256	50.8232

表 1: $R_x \approx 50\Omega$ 电阻的测量结果

因此，电阻的测量值为：

$$R_x = \frac{\sum_{i=1}^3 R_{xi}}{3} = 50.8245\Omega$$

2. $R_x \approx 1000\Omega$

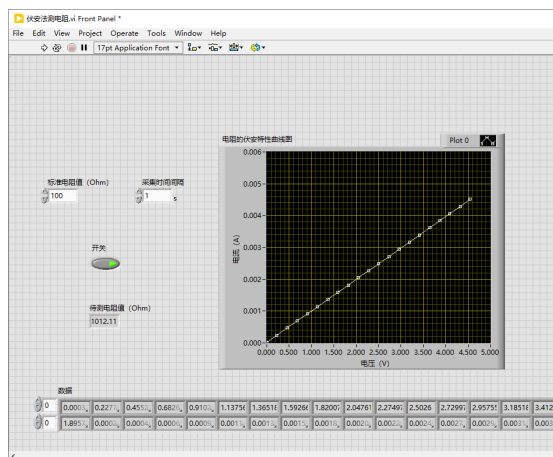


图 2: $R_x \approx 1000\Omega$ 电阻的伏安特性曲线

测量三次，得到的结果分别为：

测量次数	1	2	3
R_x/Ω	1012.11	1012.07	1012.08

表 2: $R_x \approx 1000\Omega$ 电阻的测量结果

因此，电阻的测量值为：

$$R_x = \frac{\sum_{i=1}^3 R_{xi}}{3} = 1012.09\Omega$$

二、二极管正反向伏安曲线

1. 测量程序框图

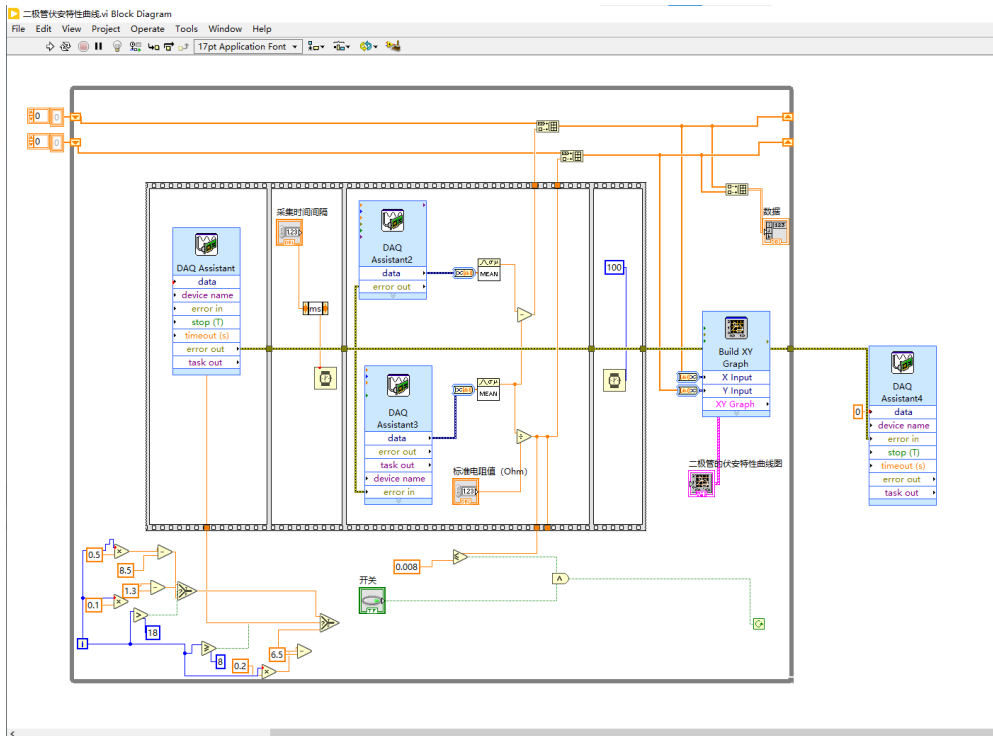


图 3: 二极管伏安特性曲线测量程序框图

2. 测量结果

经过程的测量，得到的二极管伏安特性曲线如图所示：

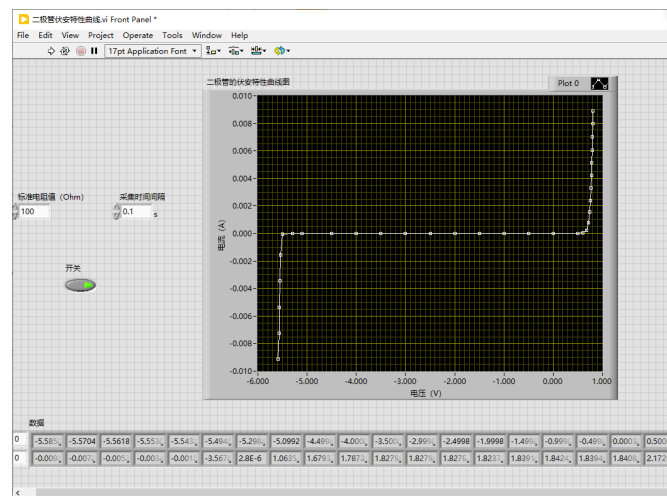


图 4: 二极管伏安特性曲线

3. 静态电阻值计算

1. 正向电流为 $4mA$ 附近的静态电阻

从伏安特性曲线中读图可以测得，在正向电流为 $4mA$ 附近，电压值为

$$U_{I=4mA} = 0.785V$$

所以静态电阻为

$$R_s = \frac{U_{I=4mA}}{I} = 196\Omega$$

2. 反向电流为 $4mA$ 附近的静态电阻

从伏安特性曲线中读图可以测得，在反向电流为 $4mA$ 附近，电压值为

$$U_{I=-4mA} = -5.56V$$

所以静态电阻为

$$R_s = \frac{U_{I=-4mA}}{I} = 1.39 \times 10^3\Omega$$

第二部分：电路综合实验

一、理论模型

两个存在耦合的简谐振子的运动方程 [1] 可以写为

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \gamma_1 \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 + g x_2 &= a_1 e^{i\omega t} \\ \ddot{x}_2 + \gamma_2 \dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 + g x_1 &= 0 \end{aligned}$$

其中，两个谐振子的共振角频率为 ω_1, ω_2 ，阻尼系数为 γ_1, γ_2 ，二者以耦合系数 g 相互耦合，周期性外力以角频率 ω 作用于振子 1。当振子 1 的损耗较大，对应宽谱共振，振子 2 的损耗较小，对应窄谱共振，且耦合系数 g 取合适的值时，耦合体系会发生非对称的 Fano 共振线型。

在本实验中，通过共用元件实现两个 RLC 振荡电路的耦合，电路图如图 5 所示。对图中电路列出电路方程，有

$$\begin{aligned} L_1 \ddot{q}_1 + R_1 \dot{q}_1 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C}\right)q_1 - \frac{q_2}{C} &= \varepsilon(t) \\ L_2 \ddot{q}_2 + R_2 \dot{q}_2 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C}\right)q_2 - \frac{q_1}{C} &= 0 \end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned} x_i &= \sqrt{L_i} q_i \quad \gamma_i = \frac{R_i}{L_i} \quad \omega_i^2 = \frac{1}{L_i} \left(\frac{1}{C_i} + \frac{1}{C}\right) \quad (i = 1, 2) \\ g^2 &= \frac{1}{C^2 L_1 L_2} \end{aligned}$$

则可以将电路方程化为标准形式。

忽略随时间指数衰减的通解，仅保留稳定解，可以得到

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{U} \frac{dq_1}{dt} = \frac{i\omega}{L_1 (\omega_1^2 - \omega^2 + i\gamma_1\omega)(\omega_2^2 - \omega^2 + i\gamma_2\omega) - g^2}$$

定义 $\frac{I}{U}$ 的模 $|\frac{I}{U}|$ 和相位 ϕ 为 $\frac{I}{U} = |\frac{I}{U}|e^{i\phi}$ 。

二、实验现象

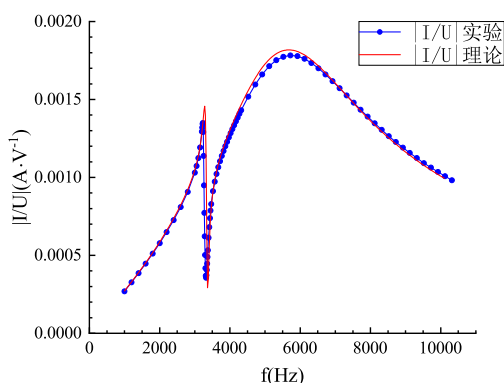


图 6: 幅频特性曲线

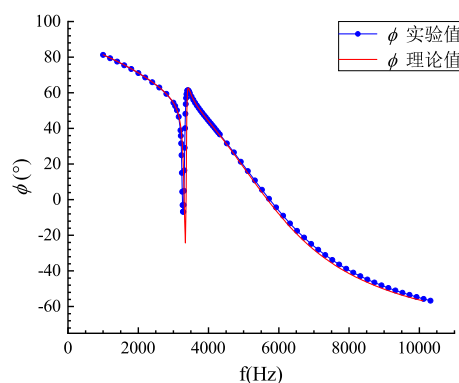


图 7: 相频特性曲线

在实验中，取 $L_1 = 18mH, C_1 = 0.047\mu F, L_2 = 16mH, C_2 = 0.2\mu F, C = 0.5\mu F, R = 500\Omega$ 的参数，绘制谐振电路 1 的幅频相频特性曲线，如图 6 图 7 所示。

利用一中得到的理论公式，代入实测的参数值，绘制幅频和相频特性理论值曲线。经过对比，发现实验和理论符合的较好，其中的差异可能来源于实际元件的特性会随频率变化，而在理论值的计算中忽略了这一变化。

三、改变参数探究

该实验中，较为重要的参数有 $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ 和 g ，可以分别通过改变 C_2 和 C 来改变这两个参量的值。

1. 改变 C_2 (改变 $\frac{\omega_1}{\omega_2}$):

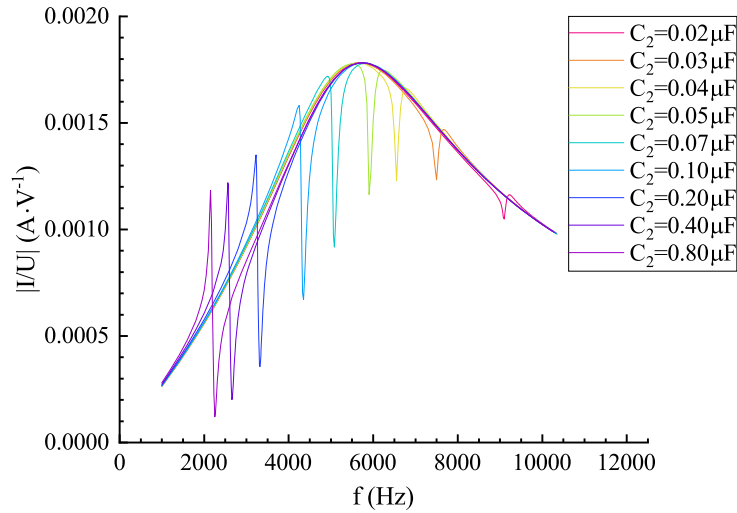


图 8: 二极管伏安特性曲线

增大 C_2 ， $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2}(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C})}$ 随之减小，对应的 Fano 共振的峰将左移，实验曲线和理论分析的结果定性一致。同时，在曲线中还可以看出，在 $C_2 = 0.05\mu F$ 附近 Fano 峰基本左右对称，在左侧呈现先峰后谷，右侧先谷后峰。这时因为当 $C_2 > 0.05\mu F$ 时，在峰前二者均未经过 π 的相位突变，在 ω_2 振子过峰前二者相干相长， ω_2 振子过峰后产生 π 相位突变，二者相干相消；而在 $C_2 < 0.05\mu F$ 时，在 Fano 峰前 ω_1 振子已经经过了 π 相位突变，所以先谷后峰。

2. 改变 C (改变 g):

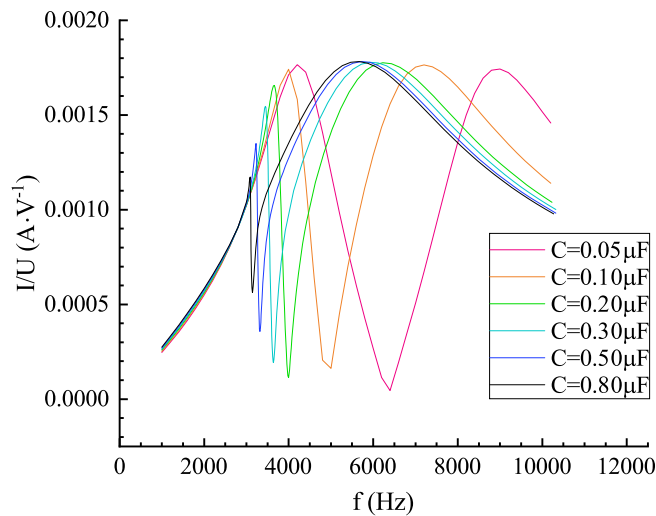


图 9: 二极管伏安特性曲线

参数 g 表征的是两个振子的耦合强度，所以 g 越大，峰应该越高、越宽，从实验曲线可以看出，随着 g 增大，峰的高度和宽度确实是在不断增大。特别地，当 C 达到 $0.08\mu F$ 时，曲线已经不再是一个典型的 Fano 共振曲线，这是因为 Fano 共振的条件是两个振子弱耦合，而当 g 过大时，耦合强度已经不能被视为弱耦合了，所以呈现出与弱耦合情形显著不同的现象。

参考文献

- [1] Yong S Joe, Arkady M Satanin, and Chang Sub Kim. Classical analogy of fano resonances. Physica Scripta, 74(2):259, jul 2006.